

УДК 004.942

Т.Б. МАРТИНЮК, А.В. КОЖЕМ'ЯКО
Вінницький національний технічний університет
Л.М. КУПЕРШТЕЙН
Вінницький фінансово-економічний університет

РІЗНИЦЕВО-ЗРІЗОВА ОБРОБКА З ВИКОРИСТАННЯМ ПРИНЦИПІВ МОДУЛЯРНОЇ АРИФМЕТИКИ

У роботі показано особливості різницево-зрізової обробки векторних масивів даних, що дозволяє її подати у термінах модулярної арифметики.

Ключові слова: обробка за різницевиими зрізами, модулярна арифметика, теорія лишків, обробка за модулем.

T. B. MARTYNIUK, A. V. KOZHEMIAKO
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine
L. M. KUPERSHTEIN
Vinnytsia Financial Economical University, Vinnytsia, Ukraine

THE DIFFERENCE CUT PROCESSING USING THE MODULAR ARITHMETIC PRINCIPALS

Abstract – The aim of this work is the providing of the possibility using basic principles of the modular arithmetic in the difference cuts (DC) processing of the vector data sets. The method of DC processing is the gradual removal in the each cycle minimum (nonzero) element among the elements of the vector array (current DC) with the formation of the next DC and the calculating corresponding vectors of binary masks. As a result of the formation of the binary masks matrices allows determining extreme numbers in the array sort and summarize the elements of the initial difference cut. The analysis of the BC processing of one-dimensional data sets showed that it can be represented in terms of modular arithmetic with the introduction of certain assumptions regarding the module processing for each cycle. In addition, there is possibility to record the basic procedure of DC processing in the residues terms, namely the restoration of the initial array elements by the sum of processing modules under certain conditions determining their number.

Key words: processing by difference cuts, modular arithmetic, theory of residues, processing for the module.

Вступ

Відомо, що базові принципи модулярної арифметики активно використовуються не тільки у системах залишкових класів (СЗК) [1, 2], але також у теорії кінцевих полів, що базуються на кільці лишків, для прискорення алгоритмів цифрової обробки [3].

Разом з тим в останні роки зростає інтерес до модулярної арифметики при вдосконаленні методів та засобів кодування та передачі даних. Це стосується, наприклад, теорії нелінійних методів кодування на основі СЗК [4] та кодування і передачі даних в безпроводних сенсорних мережах [5].

У цьому плані науковий інтерес представляє знаходження спільних принципів між модулярною обробкою та відомою різницево-зрізовою обробкою даних [6].

Отже, метою даної роботи є доведення можливості використання базових принципів модулярної арифметики при обробці за різницевиими зрізами (РЗ) векторних масивів даних.

Постановка задачі

Алгоритм обробки за РЗ векторних масивів даних має такий вигляд. Початковими даними є n – вимірний векторний масив a_0 , елементи a_{i0} , якого є ненульовими числами. Масив a_0 розглядається як початковий РЗ.

Крок 1. Визначається мінімальний елемент q_j серед всіх n елементів a_{ij-1} масиву a_{j-1} , $j = \overline{1, N}$, де N – кількість циклів обробки, тобто

$$q_j = \min_i a_{j-1} = \min_i \{a_{ij-1}\}_i^n. \quad (1)$$

Крок 2. Перевіряється умова

$$q_j = 0. \quad (2)$$

Якщо ця умова виконується, то перехід до кроку 5, якщо не виконується, то перехід до кроку 3.

Крок 3. Обчислюється наступний РЗ a_j з елементами вигляду

$$a_{ij} = a_{ij-1} - q_j. \quad (3)$$

Крок 4. Формуються два n – вимірні вектори бінарних масок f_j та g_j з елементами вигляду

$$f_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{ij} \geq 0, \\ 0, & \text{якщо } a_{ij} < 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{ij} = 0, \\ 0, & \text{якщо } a_{ij} \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

Перехід до кроку 1.

Крок 5. Завершення обробки.

Цикл обробки складають кроки 1–4.

В процесі обробки поступово обчислюються РЗ a_j , $j = \overline{1, N}$, а після завершення обробки сформуються дві матриці бінарних масок F і G , в яких вектори бінарних масок f_j та g_j є вектор-стовпцями, а також n – вимірний вектор q з елементами q_j вигляду (1) [6, 8].

В подальшому [8, 9] аналіз елементів матриці бінарних масок G дозволяє визначити екстремальні (максимальне / мінімальне) числа та відсортувати елементи у початковому РЗ a_0 , а матриця бінарних масок F використовується як матриця оберненого перетворення для відновлення початкового РЗ a_0 у вигляді

$$a_0 = F \cdot q. \quad (6)$$

При цьому, в процесі обробки існує можливість поступової згортки (підсумовування) елементів початкового РЗ a_0 за формулою:

$$S = (n^T \cdot F) \cdot q, \quad (7)$$

де n – одиничний вектор-стовпець;

T – символ транспонування.

Крім того, авторами запропоновано і досліджено використання принципу РЗ не тільки для обробки одновимірних (векторних) масивів даних, але й для обробки двовимірних (матричних) масивів даних, зокрема для обробки елементів дискримінантних функцій (ДФ) при класифікації біомедичних сигналів [10, 11]. При цьому m рядків початкової матриці A^0 складають елементи m ДФ, а обробка елементів матриці A^0 виконується по n стовпцях [12]. Такий підхід дозволяє відмовитись від «накопичення» значень m ДФ і забезпечує максимальний рівень розпаралелювання процесу $O(n)$, високу локальну зв'язаність обчислень (суміжний зв'язок), а також розширення функціональних можливостей обробки за рахунок ранжування результатів класифікації з виявленням найближчих ДФ за значенням до максимальної ДФ [8, 10–13].

Основи модулярної арифметики у контексті різницево-зрізової обробки

Відомо, що у кільці цілих чисел [3] будь-яке ціле число c можна подати таким чином

$$c = Q \cdot d + S, \quad (8)$$

де Q – частка (ранг);

d – модуль;

S – залишок,

причому

$$0 \leq S < d. \quad (9)$$

В результаті залишок S розписується таким чином:

$$S = c \pmod{d}, \quad (10)$$

тобто S дорівнює залишку від ділення c за модулем d .

Ще одна форма запису залишку S має вигляд

$$S = R_d[c], \quad (11)$$

тобто S дорівнює лишку c за модулем d .

Враховуючи особливості різницево-зрізової обробки (1), (3) для векторних даних, необхідно внести наступні припущення для базових формул (8), (10) модулярної арифметики:

а) через використання операції віднімання замість операції ділення у формулі (8) маємо постійний ранг Q вигляду

$$Q = 1, \quad (12)$$

при цьому співвідношення (9) не є обов'язковим;

б) модуль d є змінним для кожного j -го циклу обробки, тобто

$$d_j = q_j \quad (13)$$

через виконання співвідношення (1) для q_j , але має постійне значення впродовж j -го циклу для всіх n елементів відповідного РЗ a_{j-1} .

Отже, вираз (8) для різницево-зрізової обробки можна подати таким чином:

$$a_{ij} = q_j + S_{ij} = d_j + S_{ij}, \quad (14)$$

де S_{ij} – залишок (різниця) від віднімання модуля $d_j(q_j)$ від елемента a_{ij} масиву у j -му циклі, причому

$$S_{ij} \geq q_j, \quad (15)$$

оскільки виконується операція віднімання, а q_j є мінімальним елементом у поточному масиві a_{j-1} за виразом (1) або $S_{ij} = 0$.

Крім того, оскільки базова операція віднімання (3) для різницево-зрізової обробки виконується до моменту виконання умови (2), тобто до повного обнуління всіх елементів початкового масиву a_0 , а також враховуючи властивість різницево-зрізової обробки до відновлення елементів початкового РЗ a_0 (6), можна записати таке співвідношення:

$$a_{i_0} = \sum_{j=1}^k d_j, \quad k = \overline{1, N}, \quad (16)$$

якщо у k -му циклі для елемента a_{i_0} виконується умова

$$S_{ik} = 0. \quad (17)$$

Для підтвердження слушності виразів (16) і (17) на рис.1 наведено приклад різницево-зрізової обробки масиву з трьох чисел за правилами модулярної арифметики, тобто за обробкою за модулями.

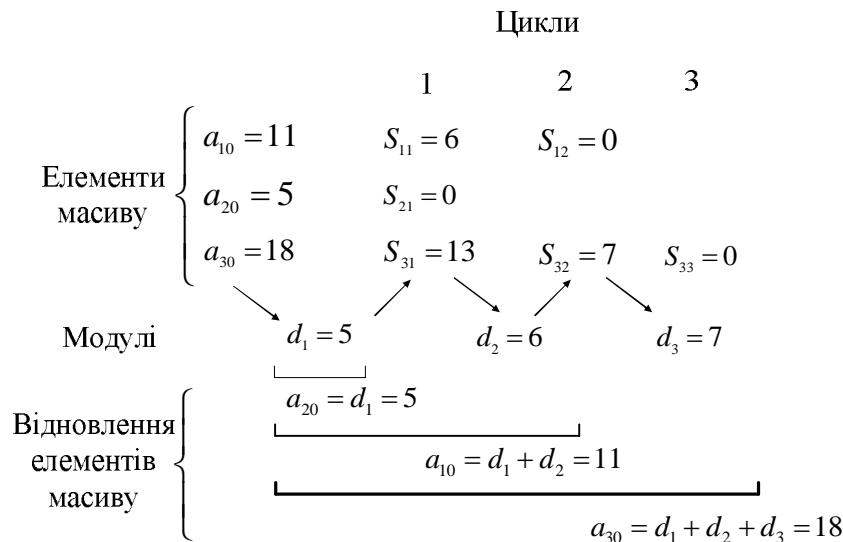


Рис. 1. Приклад різницево-зрізової обробки за правилами модулярної арифметики

Висновки

Аналіз особливостей різницево-зрізової обробки одновимірних масивів даних показав, що її можна подати у термінах модулярної арифметики з введенням певних припущень стосовно модуля обробки для кожного циклу. Крім того, існує можливість запису у термінах лишків базової процедури різницево-зрізової обробки, а саме відновлення елементів початкового масиву через суму модулів обробки за певних умов визначення їх кількості.

Література

1. Акушкин И. Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И. Я. Акушкин, Д. И. Юдицкий – М. : Сов. радио, 1968. – 460 с.
2. Торгашев В. А. Система остаточных классов и надежность ЦВМ / В. А. Торгашев. – М. : Сов. радио, 1970. – 118 с.
3. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки / Р. Блейхут ; пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 448 с.
4. Николайчук Я. М. Теорія джерел інформації / Я. М. Николайчук. – Тернопіль : ТзОВ «Тернограф», 2010. – 536 с.
5. Су Цзюнь. Методи і засоби кодування та передачі даних в безпроводних сенсорних мережах на основі модулярної арифметики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд техн. наук : спец. 05.13.05 «Комп'ютерні системи та компоненти» / Су Цзюнь. – Тернопіль, 2012. – 20 с.
6. Мартинюк Т. Б. Рекурсивні алгоритми багатооперандної обробки інформації / Т. Б. Мартинюк. – Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2000. – 216 с.
7. Мартинюк Т. Б. Реалізація концепції різницевих зрізів при обробленні зображень та розпізнаванні образів / Т. Б. Мартинюк, А. В. Кожем'яко // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2001. – № 1. – С. 79–85.
8. Мартинюк Т. Б. Теоретичні основи та організація високоефективних обчислювальних засобів з паралельним різницево-зрізовим обробленням даних : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.13.05 «Комп'ютерні системи та компоненти» / Т. Б. Мартинюк. – Вінниця, 2013. – 42 с.
9. Мартинюк Т. Б. Особенности математической модели дискретного SM – преобразования / Т. Б. Мартинюк, В. В. Хомюк // Математичні машини і системи. – 2010. – № 4. – С. 145–155.

10. Мартынюк Т. Б. Классификатор биомедицинских сигналов / Т. Б. Мартынюк, А. Г. Буда, В. В. Хомюк, А. В. Кожемяко, Л. М. Куперштейн // Искусственный интеллект. – 2010. – № 3. – С. 88–95.
11. Мартынюк Т. Б. Новый подход к обработке дискриминантных функций в классификаторе биомедицинских сигналов / Т. Б. Мартынюк, Л. М. Куперштейн, А. Г. Буда, А. В. Кожемяко, В. В. Хомюк // Нейроинформатика – 2013 : XV Всерос. науч.-техн. конф., 21–25 января 2013 г. : сб. науч. тр. – М. : НИЯУ МИФИ, 2013. – Т.1. – С. 92–98.
12. Мартынюк Т. Б. Особливості паралельно-позрізового оброблення елементів матриць для класифікації об'єктів / Т. Б. Мартинюк, А. В. Кожем'яко, А. В. Мельник // Оптико-електроні інформаційно-енергетичні технології. – 2013. – № 2(26). – С. 28–33.
13. Мартинюк Т. Б. Моделювання процесу ранжування значень дискримінантних функцій / Т. Б. Мартинюк, А. В. Медвідь, О. М. Гуцол // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 74–80.

References

1. Akushskij I. Ja. Mashinnaja arifmetika v ostatochnyh klassah. Moskow, Sov. radio, 1968, 460 p.
2. Torgashhev V. A. Sistema ostatochnyh klassov i nadezhnost' CVM. Moskva, Sov. radio, 1970, 118 p.
3. Blejhut R.E. Bystrye algoritmy cifrovoj obrabotki. Moscow, Mir, 1989, 448 p.
4. Nykolajchuk Ya. M. Teoriya dzherel informaciyi. Ternopil, TzOV «Terno-graf», 2010, 536 p.
5. Su Czzyun. Metody i zasoby koduvannya ta peredachi danyh v bezprovidnyh sensoryh merezhax na osnovi modulyarnoyi aryfmetiky: avtoref. dys. na zdobuttya nauk. stupenya kand techn. nauk: specz. 05.13.05 «Kompyuterni systemy ta komponenty». Ternopil, 2012, 20 p.
6. Martyniuk T. B. Rekursyvni alorytmy bagatooperandnoyi obrobky informaciyi. Vinnytsia, UNIVERSUM – Vinnytsia, 2000, 216 p.
7. Martyniuk T. B., Kozhemyako A.V. Realizaciya koncepciyi riznycevyh zriziv pry obrobenni zobrazhen ta rozpiznavanni obraziv, Optyko-elektronni informacijno-energetychni tehnologii, 2001, No 1, pp. 79-85.
8. Martyniuk T. B. Teoretychni osnovy ta organizaciya vysokoefektyvnyh obchyslyval`nyh zasobiv z paralel`nym riznycevo-zrizovym obroblyennam danyh: avtoref. dys. na zdobuttya nauk. stupenya dokt. tehn. nauk: specz. 05.13.05 «Kompyuterni systemy ta komponenty». Vinnytsia, 2013, 42 p.
9. Martyniuk T. B. Osobennosti matematicheskoy modeli diskretnogo SM–preobrazovaniya, Matematychni masyny i systemy, 2010, No 4, pp. 145-155.
10. Martyniuk T. B., Buda A. G., Homjuk V. V., Kozhemjako A. V., Kupershtejn L. M. Klassifikator biomedicinskih signalov, Iskustvennyj intellekt, 2010, No 3, pp.88-95.
11. Martyniuk T. B., Kupershtejn L. M., Buda A. G., Kozhemjako A. V., Homjuk V. V. Novyj podhod k obrabotke diskriminantnyh funkcij v klassifikatore biomedicinskih signalov. Nejroinformatika: Sbornik nauchuh trudov, Moskva, NIYAU MIFI, Vol. 1, 2013, pp. 92-98.
12. Martyniuk T. B., Kozhemyako A. V., Mel`nyk A. V. Osoblyvosti paralel`no-pozrizovogo obroblyennya elementiv matryts` dlya klasyfikacii obiektiv, Optyko-elektronni informacijno-energetychni tehnologii, 2013, Vol. 2(26). pp. 28-33.
13. Martyniuk T. B., Medvid` A. V., Gutsol O. M. Modelyuvannya procesu ranzhuvannya znachen` dyskryminantnyh funkcij. Visnyk Vinnyts`kogo politehnichnogo instytutu, 2013, pp. 74 – 80.

Рецензія/Peer review : 19.3.2015 p.

Надрукована/Printed :15.4.2015 p.
Рецензент: д.т.н., проф. Азаров Д.О.